

## Ćwiczenie nr 12

### Wypływ cieczy przez przystawki

Celem ćwiczenia jest eksperymentalne wyznaczenie współczynnika wydatku przystawki przy wypływie ustalonym, nieustalonym oraz wyznaczenie współczynnika prędkości.

#### 1. Wprowadzenie.

##### 1.1. Wypływ przez otwór swobodny.

**Otworem swobodnym** nazywamy otwór, przez który ciecz wypływa w powietrze lub inny ośrodek gazowy. W zjawiskach wypływu cieczy rzeczywistych wskutek istnienia oporów ruchu prędkość wypływu jest mniejsza od teoretycznej prędkości wypływu, obliczonej przez **Torricelliego** ( $v_{\text{teor}} = \sqrt{2gH}$ ). Uwzględniamy to za pomocą współczynnika doświadczalnego  $\phi$ , zwanego **współczynnikiem prędkości**. Jego wartość liczbowa zależy głównie od lepkości wypływającej cieczy, a ponadto od wielkości i kształtu otworu oraz od wysokości napełnienia zbiornika.

Prędkość rzeczywista  $v_{rz}$  w przekroju wypływowym otworu wynosi zatem:

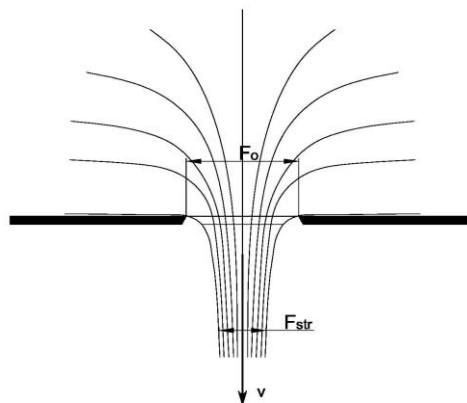
$$v_{rz} = \phi \cdot \sqrt{2gH} \quad [12.1]$$

Warto tu nadmienić, że współczynnik  $\phi$  dla wody i innych cieczy o tej samej lepkości wynosi  $\phi = 0,97 \div 0,98$ .

W zagadnieniach technicznych bardziej istotne od prędkości wypływu jest **natężenie wypływu Q**, tj. objętość cieczy wypływającej przez otwór w jednostce czasu. Gdyby wypływający strumień cieczy miał ten sam przekrój co otwór, wówczas natężenie wypływu

$$Q = F_o \cdot v_{rz} \quad [12.2]$$

W rzeczywistości - strumień wypływający przez otwór o ostrym brzegu (rysunek 1.) zwęża się, tak iż jego przekrój  $F_{str}$  jest mniejszy od przekroju otworu  $F_o$ .



Rys. 1. Rozmieszczenie linii prądu przy wypływie cieczy przez ostro brzeżny otwór

Zjawisko to wywołane jest niemożliwością nagłej zmiany kierunku przepływu cząstek, poruszających się wzdłuż ścian zbiornika i wypływających przez otwór na zewnątrz, a także dławieniem strumienia wzdłuż krawędzi otworu.

Stosunek przekroju strugi w miejscu przewężenia do przekroju otworu nazywamy **współczynnikiem zwężenia (kontrakcji)  $\kappa$** :

$$\kappa = \frac{F_{str}}{F_o} \quad [12.3]$$

Wartość liczbowa współczynnika zwężenia dla otworów o ostrych brzegach o dowolnym kształcie zawarta jest w granicach:  $\kappa = 0,61 \div 0,64$ .

Rzeczywiste natężenie wypływu określa zależność:

$$Q = \kappa \cdot \varphi \cdot F_o \cdot \sqrt{2gH} = \mu \cdot F_o \cdot \sqrt{2gH} \quad [12.4]$$

Iloczyn:

$$\kappa \cdot \varphi = \mu \quad [12.5]$$

nazywa się **współczynnikiem wypływu**. Wartość współczynnika  $\mu$  dla otworów o ostrych brzegach wynosi:  $\mu = 0,59 \div 0,63$ .

## 1.2. Określenie i podział przystawek.

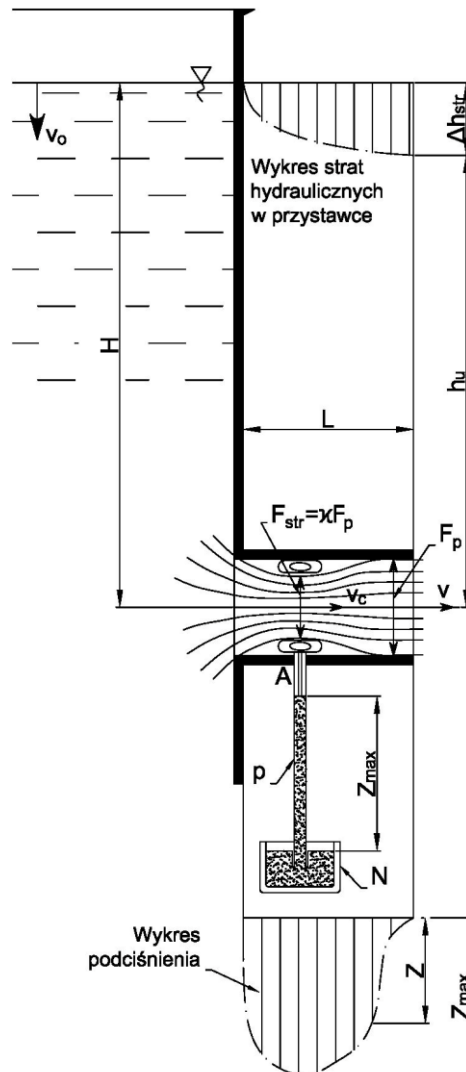
**Przystawkami** nazywamy króćce rurowe, umieszczone w dnie lub ścianach bocznych zbiornika, bądź też u wylotu rury.

Przystawki dzielimy na: *poziome* (o osi poziomej),  *pionowe* (o osi pionowej) i *ukośne*. Mogą być one umieszczone na zewnątrz zbiornika (*przystawki zewnętrzne*) lub wpuszczone do jego wnętrza (*przystawki wewnętrzne*). Przekrój przepływowy przystawki może być różny: kołowy, kwadratowy, prostokątny itp. Pole przekroju może być niezmiennie (np. *przystawki cylindryczne*) lub zmieniać się w kierunku osi w dowolny, ale ciągły sposób (np. przystawki stożkowe zbieżne lub rozbieżne, przystawki dyszowe itp.).

Przystawki umieszcza się w celu nadania odpowiedniego kierunku strumieniowi wypływającej cieczy i zwiększenia natężenia przepływu wywołanego wytworzeniem podciśnienia w przewężeniu strumienia (patrz punkt 1.3.). Cylindryczne przystawki pionowe o ściętym wylocie umieszcza się w dnach zbiorników mierniczych w celu osiągnięcia normalnego stanu wykroplenia przy całkowitym jego opróżnieniu.

## 1.3. Wpływ cieczy przez zewnętrzną przystawkę o osi poziomej.

Przy wypływie cieczy przez zewnętrzną poziomą przystawkę cylindryczną o ostrej krawędzi wlotowej następuje dławienie strumienia, polegające na zmniejszeniu jego przekroju poprzecznego na ogół przy równoczesnym zmniejszeniu ciśnienia bez wykonania pracy użytecznej. Jeżeli przystawka jest dostatecznie długa ( $l/d \geq 2$ ), wówczas strumień rozszerza się, a jego zewnętrzne cząsteczki omywają wnętrze przystawki. Gdybyśmy w przekroju przewężenia (na rysunku 12.2. w punkcie **A**) umieścili *piezometr P* zanurzony swym dolnym końcem w naczyniu **N** napełnionym jakąkolwiek cieczą manometryczną, zaobserwowalibyśmy podniesienie się cieczy w piezometrze na wysokość **z** odpowiadającą panującemu w przystawce podciśnieniu. Spadek ciśnienia poniżej ciśnienia atmosferycznego powoduje ssanie cieczy ze zbiornika, wskutek czego natężenie wypływu przez przystawkę jest większe niż przez otwór o tym samym przekroju. Efekt ten maleje w miarę zwiększania się długości przystawki; wtedy wysokość podciśnienia z zużywa się częściowo lub całkowicie na pokonanie oporów hydraulicznych w przewodzie (tu: przystawce).



Rys. 2. Wypływ cieczy przez poziomą przystawkę cylindryczną

Aby wyznaczyć wartość liczbową współczynnika wypływu  $\mu$ , napiszmy równanie **D.Bernoulliego** dla cząstki cieczy znajdującej się w poziomie zwierciadła i u wylotu przystawki:

$$\frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + H = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + 0 + \Delta h_{str} \quad [12.6]$$

gdzie:

- $v_0$  - prędkość „opadania” zwierciadła w [m/s],
- $v$  - prędkość u wylotu przystawki w [m/s],
- $p_a$  - ciśnienie atmosferyczne w [Pa],
- $\gamma$  - ciężar właściwy cieczy w [N/m<sup>3</sup>],
- $H$  - wysokość napełnienia nad osią otworu (położenia, wzniesienia) w [m],
- $\Delta h_{str}$  - wysokość strat energetycznych (hydraulicznych) w [m].

Straty energetyczne spowodowane zwiększeniem się przekroju strugi z  $F_{str} = \kappa \cdot F_p$  do  $F_p$  (przekrój przystawki), a zatem zmniejszeniem średniej prędkości przepływu z  $v_c$  (w największym przewężeniu strugi) do  $v$ , określa wzór **J.C.Bordy**:

$$\Delta h_{str} = \frac{(v_c - v)^2}{2g} \quad [12.7]$$

Wstawiając tę wartość w równanie [12.6] oraz dokonując uproszczeń (m.in. przy ruchu ustalonym i znacznie większym przekroju poziomym zbiornika w stosunku do przekroju przystawki możemy przyjąć  $v_o = 0$  - patrz punkt 1.4.) i przekształceń - otrzymamy:

$$v^2 + (v_c - v)^2 = 2gH \quad [12.8]$$

Prędkość w przewężeniu strumienia :

$$v_c = \frac{F_p}{F_{str}} \cdot v = v \cdot \kappa^{-1} \quad [12.9]$$

przy czym współczynnik zwężenia dla przystawki o ostrej krawędzi wlotowej  $\kappa = 0,625$ . Po wstawieniu tej wartości w równanie [12.8] otrzymamy:

$$v^2 [1 + (\kappa^{-1} - 1)^2] = 2gH \quad [12.10]$$

skąd po uwzględnieniu oporów tarcia, określonych współczynnikiem prędkości  $\varphi = 0,97$  otrzymamy:

$$v = \varphi \sqrt{\frac{2gH}{1 + (\kappa^{-1} - 1)^2}} = 0,83 \sqrt{2gH} \quad [12.11]$$

Natężenie wypływu:

$$Q = 0,83 F_p \sqrt{2gH} \quad [12.12]$$

Gdyby wypływ odbywał się przez okrągły otwór o ostrym brzegu, wówczas przy założeniu  $\kappa = 0,625$  i  $\varphi = 0,97$  natężenie wypływu wynosiłoby:

$$Q_{otw} = 0,606 F_p \sqrt{2gH} \quad [12.13]$$

Widzimy zatem, że zwiększenie natężenia przepływu spowodowane zastosowaniem przystawki wyraża się stosunkiem:

$$\frac{Q}{Q_{otw}} = \frac{0,83}{0,606} = 1,37$$

Wartości współczynników wypływu  $\mu$  dla poziomych przystawek cylindrycznych zależą od stosunku  $l/d$ . Rezultaty prowadzonych przez siebie doświadczeń **J.Weisbach** ujął w poniższej tabeli:

$l/d$	1	2-3	12	24	36	48	60
$\mu$	0,62	0,82	0,77	0,73	0,68	0,63	0,60

Z powyższej tabelki wynika, że zwiększenie natężenia wypływu wywołane umieszczeniem przystawki zanika, gdy jej długość  $l \approx 50d$ .

#### 1.4 Wypływ ustalony.

Wypływem ustalonym nazywamy taki wypływ, którego parametry są niezmiennie w czasie, przy czym głównie chodzi tu o niezmienną wysokość napełnienia  $H$ . Na podstawie wzoru [12.4] ( $Q = \mu \cdot F_p \cdot \sqrt{2gH}$ ) wyliczać możemy dowolny parametr, jeżeli wielkości pozostałe są znane lub zostały określone metodą pomiaru. Wzór ten dotyczy przypadku gdy prędkość dopływającej cieczy do zbiornika – prędkość „opadania” zwierciadła  $v_o$  może być pominięta oraz gdy ciśnienia zewnętrzne po obu stronach otworu (bądź przystawki) są sobie równe. W warunkach doświadczenia pierwsze zastrzeżenie można uznać za spełnione, gdy  $v_o < 0,2$  [m/s]. Jeżeli  $v_o \geq 0,2$  [m/s] wówczas wysokość napełnienia  $H$  należy zwiększyć o wysokość prędkości  $v_o^2/2g$ . Z kolei drugie zastrzeżenie w warunkach prowadzonego przez nas doświadczenia jest spełnione zawsze.

#### 1.5. Wypływ nieustalony.

Wypływem nieustalonym nazywamy taki wypływ, którego parametry są zmienne w czasie. Przy obliczaniu tegoż wypływu najczęściej poszukiwanym parametrem jest czas opróżnienia zbiornika. Stosujemy wówczas wzór:

$$t = \frac{1}{\mu \cdot F_p \cdot \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} F_{zb} \cdot z^{-0,5} dz \quad [12.14]$$

gdzie:

$t$  - czas częściowego lub całkowitego opróżnienia zbiornika w [s],

$F_{zb}$  - pole przekroju poziomego zbiornika na wysokości  $z$  nad osią przystawki w [m<sup>2</sup>],

$z$  - chwilowe wzniesienie zwierciadła wody nad osią przystawki (otworu) w [m],

$H_1$  - początkowy poziom wody w zbiorniku w [m],

$H_2$  - końcowy poziom wody w zbiorniku w [m].

Wzór [12.14] (podobnie jak i przy wypływie ustalonym) dotyczy przypadku, gdy nie uwzględniamy ani prędkości opadania zwierciadła  $v_o$ , ani różnicy ciśnień nad zwierciadłem cieczy w zbiorniku i w płaszczyźnie otworu – co jest spełnione przy wykonywaniu niniejszego ćwiczenia.

Dla zbiornika o stałym przekroju poziomym ( $F_{zb} = \text{const}$ ) wzór [12.14] po scałkowaniu przybiera postać:

$$t = \frac{2F_{zb}}{\mu \cdot F_p \cdot \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \quad [12.15]$$

## 2. Opis stanowiska badawczego.

Stanowisko badawcze stanowi zbiornik z tubusem bocznym i z podziałką pionową, której punkt „0” pokrywa się z osią tubusa. Na wyposażeniu są komplety przystawek cylindrycznych – każda osadzona centralnie w korku pasującym do tubusa zbiornika. W każdym komplecie przystawki mają tę samą średnicę wewnętrzną, parami mają tę samą długość (par może być 2 lub 3), a w każdej parze przystawki różnią się charakterem wlotu – jedna posiada ostrą krawędź wlotową, a druga posiada stożkowy wlot. Kolejnymi elementami wyposażenia są: układ współrzędnych x-y (o osi y skierowanej w dół) zaopatrzony w dużą poziomnicę, małą poziomnicę do ustawienia przystawek w poziomie, stoper oraz kilka cylindrów miarowych o różnych objętościach.

### 3. Część doświadczalna.

#### 3.1. Wyznaczanie współczynnika wydatku przystawek przy wypływie nieustalonym.

Czynności do wykonania:

1. Należy pomierzyć długość i średnicę wewnętrzną przystawek i zapisać je w tabeli najlepiej w określonej kolejności – co ułatwia potem porównywanie obliczonych wielkości.
2. Zmierzyć parametry potrzebne do wyliczenia przekroju zwierciadła swobodnego cieczy –  $F_{zb}$ .
3. Osadzoną w korku przystawkę umieścić w tubusie bocznym zbiornika, korzystając przy tym z małej poziomicy. Wlot przystawki winien pokrywać się ze ścianą zbiornika.
4. Przy zatkanym wylocie przystawki napełniamy zbiornik powyżej (zadanej przez prowadzącego ćwiczenia) początkowej wartości napełnienia  $H_1$ .
5. Odcinamy dopływ wody, otwieramy wylot przystawki i włączamy stoper w momencie gdy opadające zwierciadło osiągnie zadaną wysokość  $H_1$ , a wyłączamy przy zadanej wartości końcowej  $H_2$ . W ten sam sposób postępujemy z kolejnymi przystawkami.
6. Współczynnik wydatku przystawki  $\mu$  liczymy ze wzoru:

$$\mu = \frac{2F_{zb}}{t \cdot F_p \cdot \sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \quad [12.16]$$

który jest prostym przekształceniem wzoru [12.15].

7. Wyniki doświadczeń i obliczeń należy zebrać w poniższej tabeli:

Przystawka charakter wlotu, długość	d	$F_p$	$H_1$	$H_2$	t	$\mu$	Uwagi
	[m]	[m <sup>2</sup> ]	[m]	[m]	[s]	[-]	
Ostra krawędź l = .....(dłuższa)							
Stożkowy wlot l = .....(dłuższa)							
Ostra krawędź l = .....(krótsza)							
Stożkowy wlot l = .....(krótsza)							
.....							

8. W dyskusji wyników uwzględnić wpływ charakteru wlotu oraz długości na wartość współczynnika  $\mu$ .

#### 3.2. Wyznaczanie współczynnika wydatku przystawek przy wypływie ustalonym.

Czynności do wykonania:

1. Należy pomierzyć długość i średnicę wewnętrzną przystawek i zapisać je w tabeli najlepiej w określonej kolejności – co ułatwia potem porównywanie obliczonych wielkości.

- Osadzoną w korku przystawkę umieścić w tubusie bocznym zbiornika, korzystając przy tym z małej poziomicy. Wlot przystawki winien pokrywać się ze ścianą zbiornika.
- Przy zatkanym początkowo wylocie przystawki napełniamy zbiornik do górnych stanów napełnienia, po czym otwieramy wylot przystawki i tak regulujemy dopływem wody, aby uzyskać stałą (w czasie) wysokość napełnienia  $H$ .
- Odbieramy w czasie  $t$  określoną objętość  $V$  wypływającej przez przystawkę wody, starając się tak dobrać cylindry miarowe, aby zmierzony czas wypływu mieścił się w granicach 10 - 60 [s].
- Współczynnik wydatku przystawki  $\mu$  liczymy ze wzoru:

$$\mu = \frac{V}{t \cdot F_p \cdot \sqrt{2gH}} \quad [12.17]$$

- Wyniki doświadczeń i obliczeń należy zebrać w poniższej tabeli:

Przystawka charakter wlotu, długość	d	$F_p$	$\frac{l}{d}$	H	V	t	$\mu$	Uwagi
	[m]	[m <sup>2</sup> ]	[-]	[m]	[m <sup>3</sup> ]	[s]	[-]	
Ostra krawędź l = .....(dłuższa)								
Stożkowy wlot l = .....(dłuższa)								
Ostra krawędź l = .....(krótsza)								
Stożkowy wlot l = .....(krótsza)								
.....								

- W dyskusji wyników uwzględnić wpływ charakteru wlotu oraz długości na wartość współczynnika  $\mu$ .
- Dla przystawek o ostrej krawędzi wlotowej uzupełnić poniższą tabelę (wg rosnącego l/d) - korzystając z danych zawartych w tabeli w punkcie 6, a następnie porównać otrzymane wyniki z tabelą **Weisbacha** – patrz punkt **1.3**.

l/d						
$\mu$						

- Analogiczną tabelę jak wyżej (punkt 8) utworzyć dla przystawek o stożkowym wlocie.
- Dla przystawek o największej średnicy obliczyć prędkość „opadania” zwierciadła  $v_o = Q/F_{zb}$  a następnie obliczyć  $\mu$  podstawiając we wzorze [12.17] zamiast  $H \rightarrow$  sumę  $(H + v_o^2/2g)$ . Wyniki zebrać w poniższej tabeli:

Przystawka charakter wlotu, długość	d	F <sub>p</sub>	H	V	t	v <sub>o</sub>	μ	Uwagi
	[m]	[m <sup>2</sup> ]	[m]	[m <sup>3</sup> ]	[s]	[m/s]	[-]	
Ostra krawędź l = .....(dłuższa)								
Stożkowy wlot l = .....(dłuższa)								
Ostra krawędź l = .....(krótsza)								
Stożkowy wlot l = .....(krótsza)								

### 3.3. Wyznaczanie współczynnika prędkości.

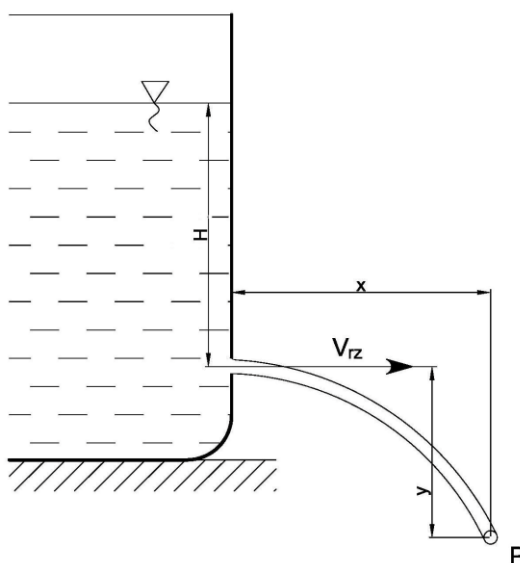
Współczynnik prędkości (dla przystawek) wyznaczamy ze wzoru, który otrzymujemy rozwiązując poniższe zadanie (patrz rysunek 12.3.)

Cząstka cieczy wypływająca ze zbiornika w kierunku poziomym przez otwór (lub przystawkę), którego oś znajduje się na głębokości **H** pod zwierciadłem, z prędkością **v<sub>rz</sub>** zajmie po upływie czasu **t** położenie **P**, określone współrzędnymi **x** i **y**. Pomijając opór powietrza możemy zapisać:

$$x = v_{rz} \cdot t \quad \text{oraz} \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad [12.18]$$

Eliminując czas **t** oraz uwzględniając wzór [12.1], dochodzimy do interesującej nas zależności:

$$\varphi = \frac{x}{2\sqrt{yH}} \quad [12.19]$$



Rys. 3. Cząstka cieczy wypływająca ze zbiornika przez otwór w kierunku poziomym



Czynności do wykonania:

1. Należy pomierzyć długość i średnicę wewnętrzną przystawek i zapisać je w tabeli najlepiej w określonej kolejności – co ułatwia potem porównywanie obliczonych wielkości.
2. Osadzoną w korku przystawkę umieścić w tubusie bocznym zbiornika, korzystając przy tym z małej poziomicy. Wlot przystawki winien pokrywać się ze ścianą zbiornika.
3. Przy zatkanym początkowo wylocie przystawki napełniamy zbiornik do górnych stanów napełnienia, po czym otwieramy wylot przystawki i tak regulujemy dopływem wody, aby uzyskać stałą (w czasie) wysokość napełnienia  $H$ .
4. Przy wylocie przystawki ustawiamy układ współrzędnych  $x$ - $y$  wraz z dużą poziomica, tak aby oś  $y$  pokrywała się z wylotem przystawki, a oś  $x$  znajdowała się w osi przystawki.
5. Dla zadanych przez prowadzącego ćwiczenia wartości  $x$  odczytujemy odpowiadające im wartości  $y$  – starając się trafić w środek wypływającego strumienia.
6. Uzyskane wyniki i obliczenia zebrać w poniższej tabeli:

Przystawka charakter wlotu, długość	H	x	y	$\varphi$	$\varphi_{sr}$	Uwagi
	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	
Ostra krawędź l = .....(dłuższa)						
Stożkowy wlot l = .....(dłuższa)						
Ostra krawędź l = .....(krótsza)						
Stożkowy wlot l = .....(krótsza)						
.....						

7. W dyskusji wyników uwzględnić wpływ charakteru wlotu oraz długości na wartość współczynnika  $\varphi$ .

#### W końcowych wnioskach:

- podać przyczynę takiego a nie innego wpływu charakteru wlotu oraz długości przystawki na wartości współczynników:  $\varphi$ ,  $\mu_{ustalone}$ ,  $\mu_{nieustalone}$ .
- określić na ile odtworzyliśmy doświadczenie Weisbacha (zależność  $\mu$  od ilorazu  $l/d$ ) – dla przystawek o ostrej krawędzi (zarówno co do uzyskanych wielkości jak i charakteru zmian).
- określić, czy prędkość „opadania” zwierciadła w wykonanym przez nas doświadczeniu miała wpływ na wartość  $\mu_{ustalone}$ .